非線形分散型方程式における孤立波の数学解析

関連するSDGsの国際目標

地域ひと・モノ・未来情報研究センター　　准教授　　深谷　法良
研究分野：偏微分方程式論

非線形分散型方程式と呼ばれるクラスの偏微分方程式について研究を行っています。特に、形を変えずに一定の周波数・速度で伝播する孤立波（ソリトン）と呼ばれる解の性質について、純粋数学の観点から研究を行っています。

■孤立波の安定性

非線形分散型方程式は、非線形シュレディンガー方程式、KdV方程式、非線形クライン・ゴルドン方程式などを含む偏微分方程式のクラスであり、水面波や光ファイバー中のパルス波の伝播、ボース・アインシュタイン凝縮など様々な非線形波動現象を記述することができる。これらの方程式は波を散らばらせる分散性と波を集める非線形性の相互作用により多様な解を持つ。その中でも両者の釣り合いによって現れる孤立波（ソリトン）は形を変えずに一定の周波数・速度で伝播し、物理現象に密接に関連する特殊解である。孤立波の安定性（下図参照）は対応する物理現象が観測可能かどうかの指標となるだけでなく、方程式全体の解構造を理解する上で重要な手がかりを与えるため、数学・物理の両面から重要な研究対象となっている。さらに安定な孤立波は工学への応用も期待されている。

本研究の主題は「方程式の構造や孤立波の周波数・進行速度によって、孤立波の性質、特に安定性がどのように変化するか」を数学的に明らかにすることである。この問題に対し、非線形楕円型方程式論の観点から、孤立波の存在、一意性、対称性、非退化性などの基本的性質を研究している。さらに変分法や関数解析的手法、抽象安定性理論を用いて孤立波の安定性・不安定性を解析している。また抽象安定性理論そのものの拡張や、各方程式に応じたより精密な安定性（漸近安定性・強不安定性など）の研究も行っている。

